

# ICPC Asia Seoul Regional Contest 2024

## Solutions Presentation

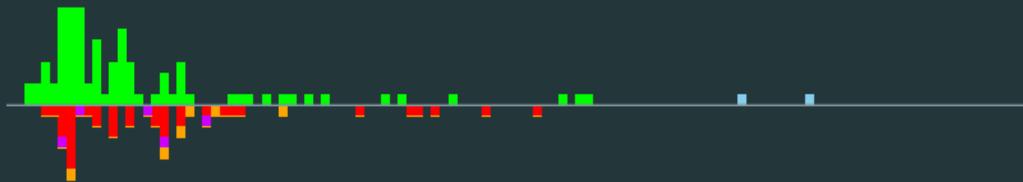
---

November 23, 2024



# A: Bottles

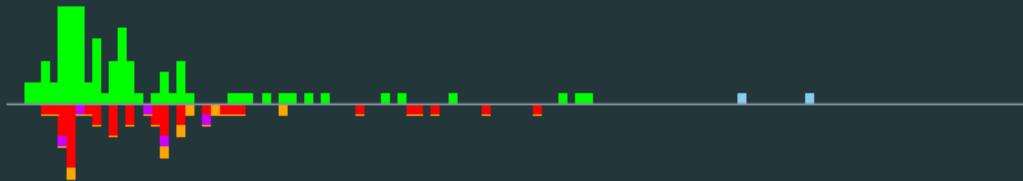
Proposer: 이상현, Setter: 이인복



**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

# A: Bottles

Proposer: 이상현, Setter: 이인복

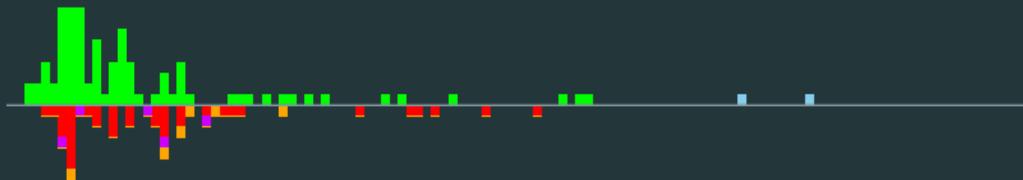


**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

**풀이:** · 선수  $i$ 가 구간  $j$ 를 통과하는데 걸리는 시간  $=: a_{i,j}$ .

# A: Bottles

Proposer: 이상현, Setter: 이인복



**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

**풀이:**

- 선수  $i$ 가 구간  $j$ 를 통과하는데 걸리는 시간  $=: a_{i,j}$ .
- $b_{i,j} := a_{i,1} + a_{i,2} + \dots + a_{i,j}$ .

# A: Bottles

Proposer: 이상현, Setter: 이인복



**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

- 풀이:**
- 선수  $i$ 가 구간  $j$ 를 통과하는데 걸리는 시간  $=: a_{i,j}$ .
  - $b_{i,j} := a_{i,1} + a_{i,2} + \dots + a_{i,j}$ .
  - 구간  $j$ 에 선수  $i$ 가 머무르는 시간대  $= (b_{i,j-1}, b_{i,j})$ .

# A: Bottles

Proposer: 이상현, Setter: 이인복

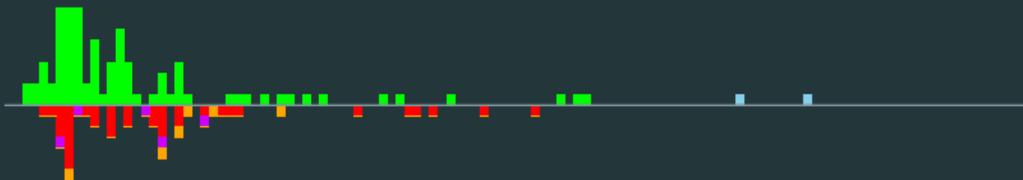


**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

- 풀이:**
- 선수  $i$ 가 구간  $j$ 를 통과하는데 걸리는 시간  $=: a_{i,j}$ .
  - $b_{i,j} := a_{i,1} + a_{i,2} + \dots + a_{i,j}$ .
  - 구간  $j$ 에 선수  $i$ 가 머무르는 시간대  $= (b_{i,j-1}, b_{i,j})$ .
  - 구간  $j$ 의 선수의 수는
    - 시각  $b_{*,j-1}$ 일 때 1 증가.
    - 시각  $b_{*,j}$ 일 때 1 감소.

# A: Bottles

Proposer: 이상현, Setter: 이인복



**문제:**  $n$  명의 선수가  $m$  개의 구간을 통과하는데 걸리는 시간이 주어질 때, 각 구간에 대해 가장 선수가 많을 때의 사람 수를 구하라.

- 풀이:**
- 선수  $i$ 가 구간  $j$ 를 통과하는데 걸리는 시간  $=: a_{i,j}$ .
  - $b_{i,j} := a_{i,1} + a_{i,2} + \dots + a_{i,j}$ .
  - 구간  $j$ 에 선수  $i$ 가 머무르는 시간대  $= (b_{i,j-1}, b_{i,j})$ .
  - 구간  $j$ 의 선수의 수는
    - 시각  $b_{*,j-1}$ 일 때 1 증가.
    - 시각  $b_{*,j}$ 일 때 1 감소.

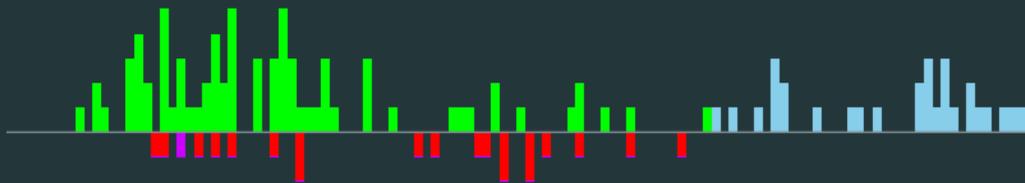
**유의:** 시각이 같을 때의 처리에 유의해야 합니다.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(nm \lg n)$ .

통계량: 총 제출 135개, 정답 86개, 미공개 2개.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

**풀이:** · 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

**풀이:** · 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
$$g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|),$$

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우

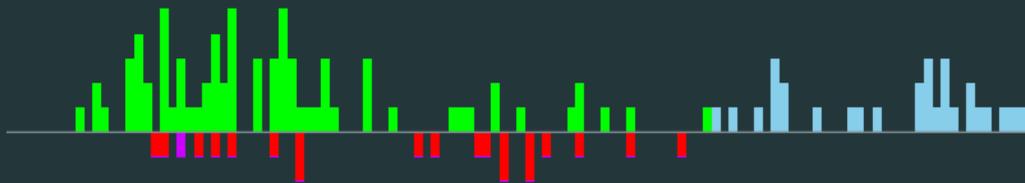


**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

**풀이:** · 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

**풀이:** · 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,  
 $\left(p_x + n \times \frac{q_x - p_x}{g}, p_y + n \times \frac{q_y - p_y}{g}\right)$ .

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,  
 $\left(p_x + n \times \frac{q_x - p_x}{g}, p_y + n \times \frac{q_y - p_y}{g}\right)$ .
  - 각 선분에서 잡은 정수점의  $n$  값을 각각  $i, j, k$ 라고 하자.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 넓이의 최댓값과 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,  
 $\left(p_x + n \times \frac{q_x - p_x}{g}, p_y + n \times \frac{q_y - p_y}{g}\right)$ .
  - 각 선분에서 잡은 정수점의  $n$  값을 각각  $i, j, k$ 라고 하자.
  - 세 점의  $x, y$  좌표는 각각  $i, j, k$ 에 대한 일차식.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 **넓이의 최댓값과 최솟값**을 구하라.

- 풀이:**
- 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,  
 $\left(p_x + n \times \frac{q_x - p_x}{g}, p_y + n \times \frac{q_y - p_y}{g}\right)$ .
  - 각 선분에서 잡은 정수점의  $n$  값을 각각  $i, j, k$ 라고 하자.
  - 세 점의  $x, y$  좌표는 각각  $i, j, k$ 에 대한 일차식.
  - 새로 만든 삼각형의 넓이는  $ij, jk, ki$ 에 대한 일차식.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우

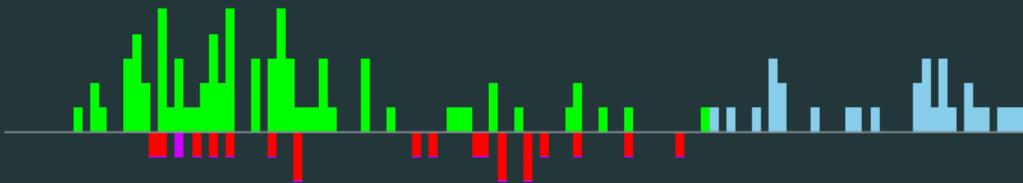


**문제:** 삼각형  $\triangle ABC$ 가 주어진다. 각 선분에서 꼭짓점이 아닌 정수점을 잡아 만들 수 있는 삼각형 중 **넓이의 최댓값과 최솟값**을 구하라.

- 풀이:**
- 두 점  $(p_x, p_y), (q_x, q_y)$ 를 잇는 선분 위의 정수점은,  
 $g := \gcd(|p_x - q_x|, |p_y - q_y|), 1 \leq n < g$ 일 때,  
 $\left(p_x + n \times \frac{q_x - p_x}{g}, p_y + n \times \frac{q_y - p_y}{g}\right)$ .
  - 각 선분에서 잡은 정수점의  $n$  값을 각각  $i, j, k$ 라고 하자.
  - 세 점의  $x, y$  좌표는 각각  $i, j, k$ 에 대한 일차식.
  - 새로 만든 삼각형의 넓이는  $ij, jk, ki$ 에 대한 일차식.
  - 고로,  $i, j, k$ 가 각각의 범위 내에서 최대/최소를 가질 때 중에서, 넓이가 최대 혹은 최소가 되는 순간이 반드시 존재.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



- 풀이:**
- $2^3$  개의 삼각형을 모두 시도.
  - 삼각형 넓이 계산은 신발끈 공식으로.

# L: Triangle

Proposer: 허성우, Setter: 허성우



- 풀이:**
- $2^3$  개의 삼각형을 모두 시도.
  - 삼각형 넓이 계산은 신발끈 공식으로.

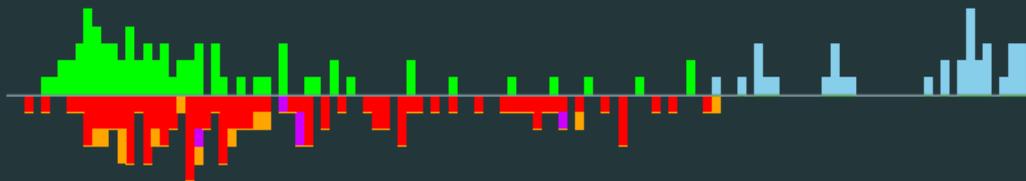
**복잡도:**  $\mathcal{O}(2^3 + 3\lg(2 \times 10^9))$ .

**번외:** 볼록  $n$ 각형이 주어진다면?

**통계량:** 총 제출 124개, 정답 74개, 미공개 29개.

## B: Cards Flipping

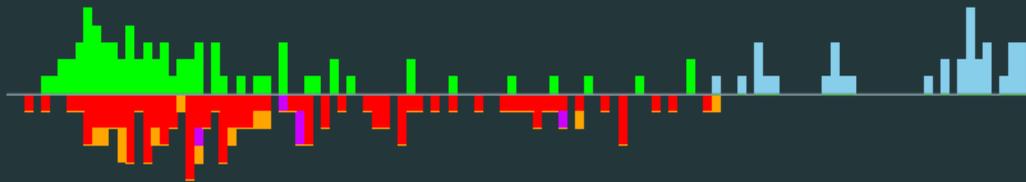
Proposer: 정현우, Setter: 정현우



**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우

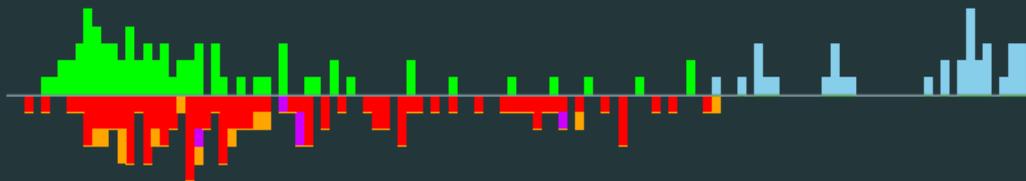


**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

**관찰:** · 각 정수를 하나의 정점으로 생각.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우

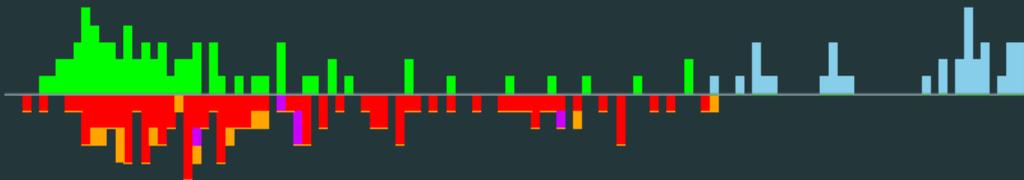


**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

- 관찰:**
- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
  - 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우

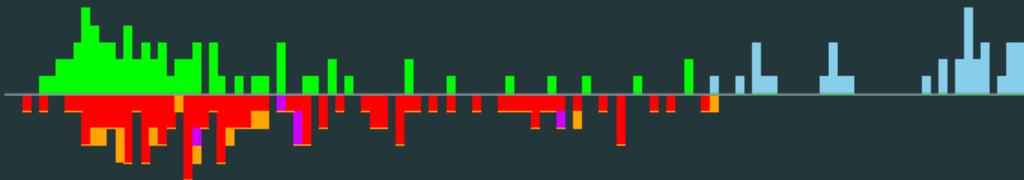


**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

- 관찰:**
- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
  - 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.
  - 각 간선마다 양끝 정점 중 하나를 고를 수 있을 때, 선택된 정점의 수를 최대화.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우



**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

**관찰:**

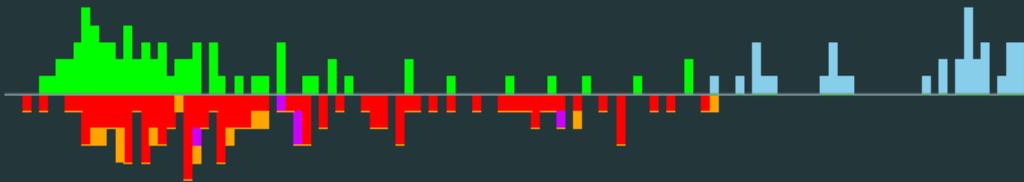
- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
- 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.
- 각 간선마다 양끝 정점 중 하나를 고를 수 있을 때, 선택된 정점의 수를 최대화.

**풀이:**

- 연결 컴포넌트별로 독립적으로 해결.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우



**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

**관찰:**

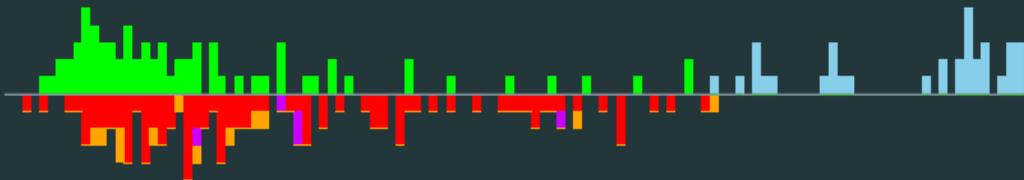
- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
- 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.
- 각 간선마다 양끝 정점 중 하나를 고를 수 있을 때, 선택된 정점의 수를 최대화.

**풀이:**

- 연결 컴포넌트별로 독립적으로 해결.
- 컴포넌트가 트리인 경우, 하나의 정점을 제외한 모든 정점을 선택 가능.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우



**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

**관찰:**

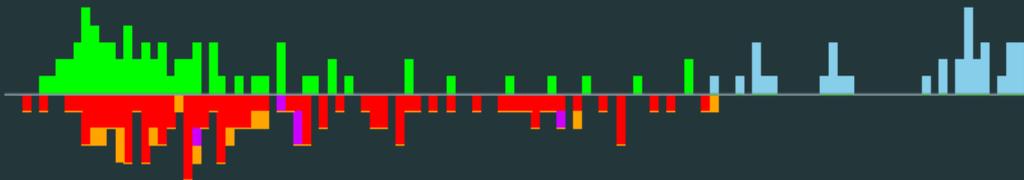
- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
- 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.
- 각 간선마다 양끝 정점 중 하나를 고를 수 있을 때, 선택된 정점의 수를 최대화.

**풀이:**

- 연결 컴포넌트별로 독립적으로 해결.
- 컴포넌트가 트리인 경우, 하나의 정점을 제외한 모든 정점을 선택 가능.
- 그 외의 경우, 모든 정점을 선택 가능.

## B: Cards Flipping

Proposer: 정현우, Setter: 정현우



**문제:** 양면에 정수가 적혀있는  $n$  장의 카드가 놓여 있다. 카드를 적절히 뒤집어, 앞면에 적힌 서로 다른 정수들의 수를 최대화하라.

**관찰:**

- 각 정수를 하나의 정점으로 생각.
- 각 카드의 양면에 적힌 두 정점을 간선으로 연결.
- 각 간선마다 양끝 정점 중 하나를 고를 수 있을 때, 선택된 정점의 수를 최대화.

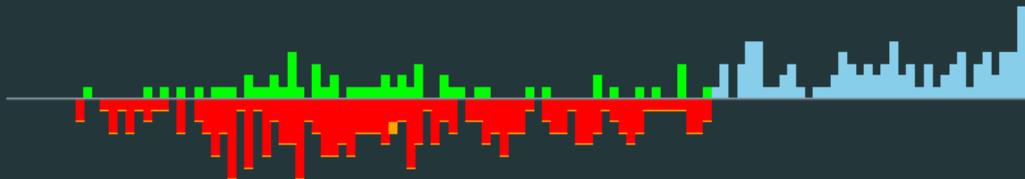
**풀이:**

- 연결 컴포넌트별로 독립적으로 해결.
- 컴포넌트가 트리인 경우, 하나의 정점을 제외한 모든 정점을 선택 가능.
- 그 외의 경우, 모든 정점을 선택 가능.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(n)$ .

# J: Street Development

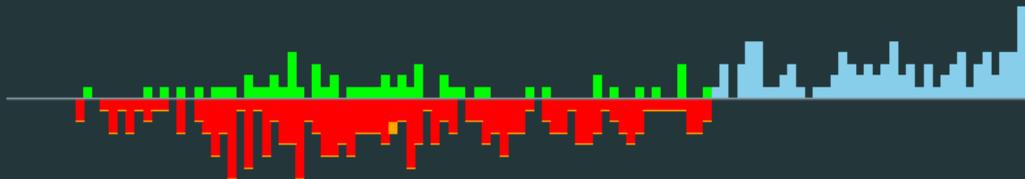
Proposer: 김재훈, Setter: 조승범



**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

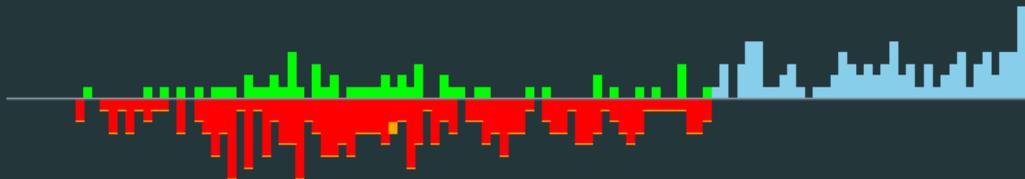


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

**풀이:**   ·  답이  $w$  이하인지 판정하자.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

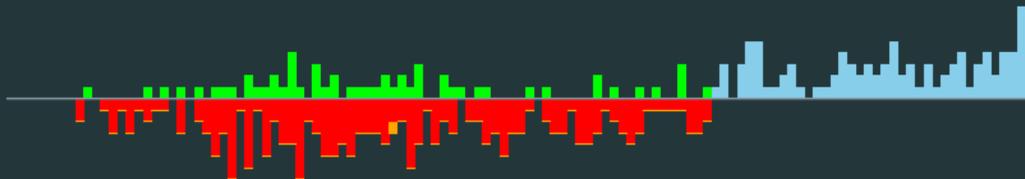


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 답이  $w$  이하인지 판정하자.
  - 어떤  $i$ 가 존재하여, 항상 다음과 같은 해 구성이 가능.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

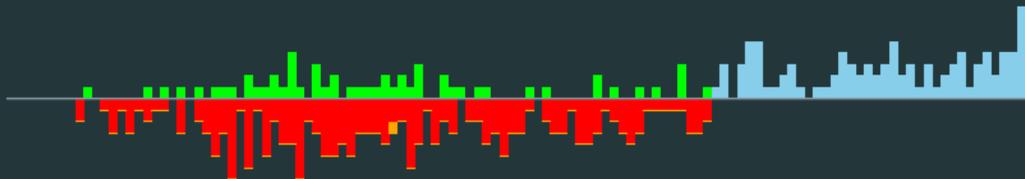


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 답이  $w$  이하인지 판정하자.
  - 어떤  $i$ 가 존재하여, 항상 다음과 같은 해 구성이 가능.
    - 로봇 1이 오른쪽으로  $w$  이동.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

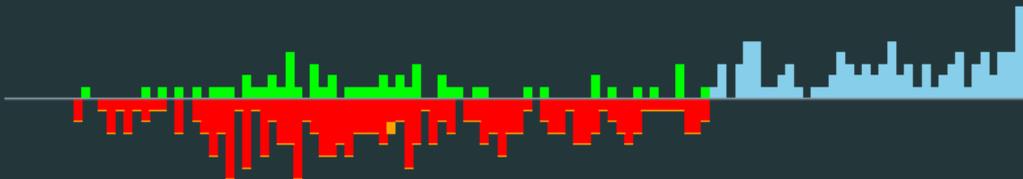


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 답이  $w$  이하인지 판정하자.
  - 어떤  $i$ 가 존재하여, 항상 다음과 같은 해 구성이 가능.
    - 로봇 1이 오른쪽으로  $w$  이동.
    - 로봇 2가 로봇 1과 정보 공유를 위해 왼쪽으로 이동한 후, 남은 거리만큼 오른쪽으로 이동.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

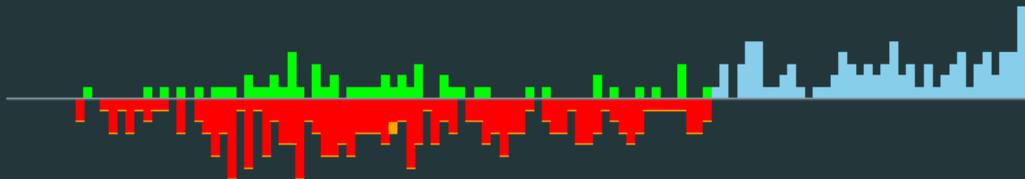


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 답이  $w$  이하인지 판정하자.
  - 어떤  $i$ 가 존재하여, 항상 다음과 같은 해 구성이 가능.
    - 로봇 1이 오른쪽으로  $w$  이동.
    - 로봇 2가 로봇 1과 정보 공유를 위해 왼쪽으로 이동한 후, 남은 거리만큼 오른쪽으로 이동.
    - $\vdots$
    - 로봇  $i$ 가 로봇  $i-1$ 과 정보 공유를 위해 왼쪽으로 이동한 후, 남은 거리만큼 오른쪽으로 이동.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

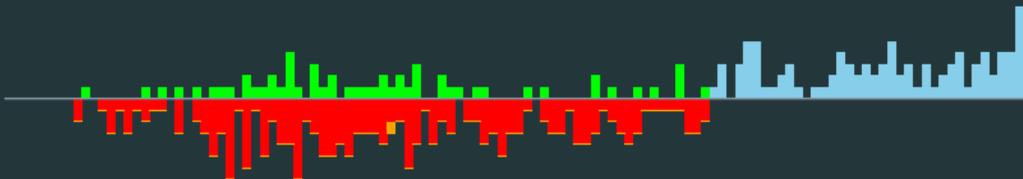


**문제:** 구간  $[0, L]$  위에  $n$  개의 로봇이 놓여있다. 모든 로봇의 정보를 알고 있는 로봇이 존재하기 위해 단일 로봇이 움직여야 하는 총 거리의 최솟값을 구하라.

- 풀이:**
- 답이  $w$  이하인지 판정하자.
  - 어떤  $i$ 가 존재하여, 항상 다음과 같은 해 구성이 가능.
    - 로봇 1이 오른쪽으로  $w$  이동.
    - 로봇 2가 로봇 1과 정보 공유를 위해 왼쪽으로 이동한 후, 남은 거리만큼 오른쪽으로 이동.
    - $\vdots$
    - 로봇  $i$ 가 로봇  $i-1$ 과 정보 공유를 위해 왼쪽으로 이동한 후, 남은 거리만큼 오른쪽으로 이동.
    - 로봇  $n, n-1, \dots, i+1$ 에 대해서는 대칭적으로 진행.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범

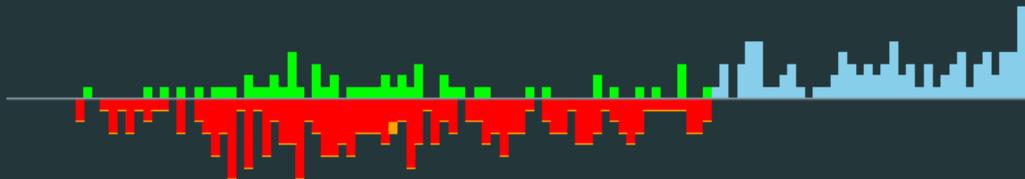


- 풀이:**
- 앞에서 소개한 전략대로 이동할 때, 로봇  $i$ 와  $i + 1$ 의 최종 위치를 각각  $R_i, L_{i+1}$ 라고 하자.



# J: Street Development

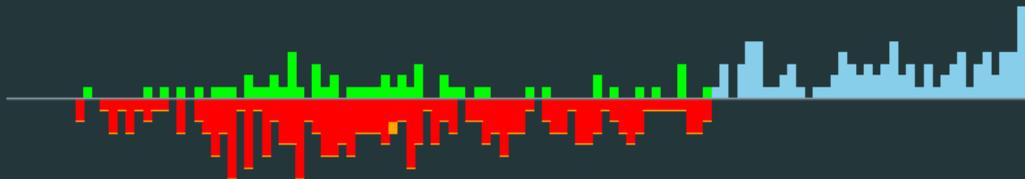
Proposer: 김재훈, Setter: 조승범



- 풀이:**
- 앞에서 소개한 전략대로 이동할 때, 로봇  $i$ 와  $i+1$ 의 최종 위치를 각각  $R_i, L_{i+1}$ 라고 하자.
  - $R_j, L_j$ 의 값은 각각  $R_{j-1}, L_{j+1}$ 로부터 계산 가능.
  - $R_i \geq L_{i+1}$ 인  $i$ 가 존재하면 가능.

# J: Street Development

Proposer: 김재훈, Setter: 조승범



- 풀이:**
- 앞에서 소개한 전략대로 이동할 때, 로봇  $i$ 와  $i+1$ 의 최종 위치를 각각  $R_i, L_{i+1}$ 라고 하자.
  - $R_j, L_j$ 의 값은 각각  $R_{j-1}, L_{j+1}$ 로부터 계산 가능.
  - $R_i \geq L_{i+1}$ 인  $i$ 가 존재하면 가능.

**유의:**  $w$ 가 너무 작아, 두 인접한 로봇이 아예 만나지 못하는 경우를 잘 판정해야 합니다.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(n \lg L)$ .

통계량: 총 제출 351개, 정답 56개, 미공개 96개.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



**문제:**  $n \times n$  격자 중 일부에 정수가 적혀있다. 빈 격자점을 기준으로 네 사분면 각각에서 정수를 하나씩 뽑아 서로 다르게 만들 수 있는, 다채로운 사분면을 갖는 격자점의 수를 세어라.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



**문제:**  $n \times n$  격자 중 일부에 정수가 적혀있다. 빈 격자점을 기준으로 네 사분면 각각에서 정수를 하나씩 뽑아 서로 다르게 만들 수 있는, 다채로운 사분면을 갖는 격자점의 수를 세어라.

**관찰:** · 어떤 격자점이 다채로운 사분면을 갖는지 판정하기 위해서는, 각 사분면에 속한 최대 네 종류의 정수만 알면 충분.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



**문제:**  $n \times n$  격자 중 일부에 정수가 적혀있다. 빈 격자점을 기준으로 네 사분면 각각에서 정수를 하나씩 뽑아 서로 다르게 만들 수 있는, 다채로운 사분면을 갖는 격자점의 수를 세어라.

**관찰:**

- 어떤 격자점이 다채로운 사분면을 갖는지 판정하기 위해서는, 각 사분면에 속한 **최대 네 종류의 정수만 알면 충분**.
- 이후에는 4중 반복문 혹은 이분 매칭으로 빠르게 판정 가능.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



**문제:**  $n \times n$  격자 중 일부에 정수가 적혀있다. 빈 격자점을 기준으로 네 사분면 각각에서 정수를 하나씩 뽑아 서로 다르게 만들 수 있는, 다채로운 사분면을 갖는 격자점의 수를 세어라.

- 관찰:**
- 어떤 격자점이 다채로운 사분면을 갖는지 판정하기 위해서는, 각 사분면에 속한 **최대 네 종류의 정수만** 알면 충분.
    - 이후에는 4중 반복문 혹은 이분 매칭으로 빠르게 판정 가능.
  - 격자점  $(i, j)$ 의 좌상단 사분면에 속한 정수들의 집합  $=: UL_{i,j}$
  - $UL_{i,j}$ 에서 원소 네 개를 빠르게 알아내야 한다.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



- 관찰:**
- $[1, i - 1]$  번째 행에 놓인 정수들에 대해 (가장 작은 열 번호, 그 정수의 값)을 정렬.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



- 관찰:**
- $[1, i - 1]$  번째 행에 놓인 정수들에 대해 (가장 작은 열 번호, 그 정수의 값)을 정렬.
  - 가장 작은 네 순서쌍만으로도  $UL_{i,1}, UL_{i,2}, \dots, UL_{i,n}$  을 모두 결정 가능.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



- 관찰:**
- $[1, i - 1]$  번째 행에 놓인 정수들에 대해 (가장 작은 열 번호, 그 정수의 값)을 정렬.
  - 가장 작은 네 순서쌍만으로도  $UL_{i,1}, UL_{i,2}, \dots, UL_{i,n}$  을 모두 결정 가능.
  - $i$  를 증가하면서 모든  $UL_{*,*}$  를  $\mathcal{O}(4n(n+k))$  에 계산 가능.

# C: Colorful Quadrants

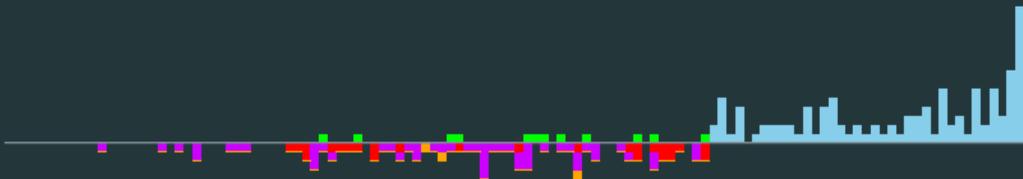
Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



- 관찰:**
- $[1, i - 1]$  번째 행에 놓인 정수들에 대해 (가장 작은 열 번호, 그 정수의 값)을 정렬.
  - 가장 작은 네 순서쌍만으로도  $UL_{i,1}, UL_{i,2}, \dots, UL_{i,n}$  을 모두 결정 가능.
  - $i$  를 증가하면서 모든  $UL_{*,*}$  를  $\mathcal{O}(4n(n+k))$  에 계산 가능.
- 풀이:**
- 네 사분면 각각에 대해 집합  $UL_{*,*}, UR_{*,*}, LL_{*,*}, LR_{*,*}$  을 모두 계산.
  - 각 빈 격자점에 대해, 네 집합을 사용해서 다채로운 사분면을 갖는지 판정.

# C: Colorful Quadrants

Proposer: 윤상덕, Setter: 윤상덕



- 관찰:**
- $[1, i - 1]$  번째 행에 놓인 정수들에 대해 (가장 작은 열 번호, 그 정수의 값)을 정렬.
  - 가장 작은 네 순서쌍만으로도  $UL_{i,1}, UL_{i,2}, \dots, UL_{i,n}$  을 모두 결정 가능.
  - $i$  를 증가하면서 모든  $UL_{*,*}$  를  $\mathcal{O}(4n(n+k))$  에 계산 가능.
- 풀이:**
- 네 사분면 각각에 대해 집합  $UL_{*,*}, UR_{*,*}, LL_{*,*}, LR_{*,*}$  을 모두 계산.
  - 각 빈 격자점에 대해, 네 집합을 사용해서 다채로운 사분면을 갖는지 판정.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(4^4 n^2 + nk)$ .

통계량: 총 제출 201개, 정답 12개, 미공개 111개.

# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



**문제:**  $n$ 각형의 히스토그램 내부의 점  $T$ 와 외부의 점  $S$ 가 주어진다.  $S$ 에서 히스토그램의 꼭짓점을 통해  $T$ 에 도달하는 **최단 경로의 길이**를 구하라.

# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



**문제:**  $n$ 각형의 히스토그램 내부의 점  $T$ 와 외부의 점  $S$ 가 주어진다.  $S$ 에서 히스토그램의 꼭짓점을 통해  $T$ 에 도달하는 **최단 경로의 길이**를 구하라.

**교양 지식:** Mau·so·leum; (중요 인물·가문의) 묘.

# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



**문제:**  $n$ 각형의 히스토그램 내부의 점  $T$ 와 외부의 점  $S$ 가 주어진다.  $S$ 에서 히스토그램의 꼭짓점을 통해  $T$ 에 도달하는 **최단 경로의 길이**를 구하라.

**교양 지식:** Mau·so·leum; (중요 인물·가문의) 묘.

**풀이:** ·  $T$ 와  $S$ 에서 각 꼭짓점에 도달하는 최단 경로의 길이를 각각  $\text{dist}(T, P_i)$ ,  $\text{dist}(S, P_i)$ 라고 하자.

# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



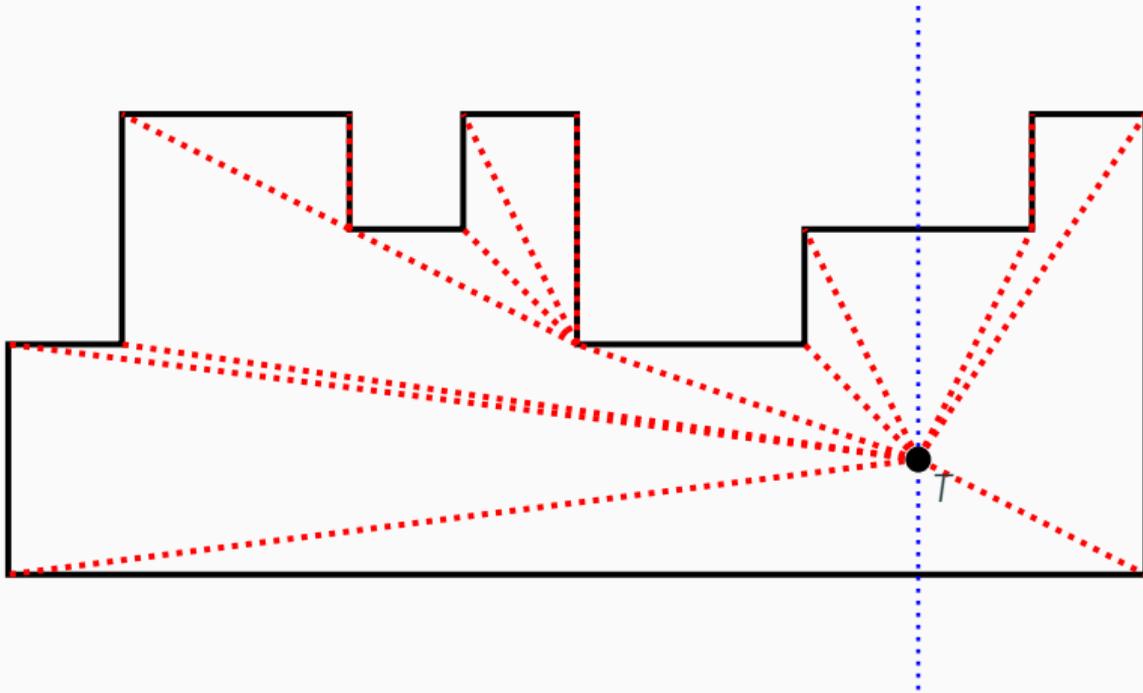
**문제:**  $n$ 각형의 히스토그램 내부의 점  $T$ 와 외부의 점  $S$ 가 주어진다.  $S$ 에서 히스토그램의 꼭짓점을 통해  $T$ 에 도달하는 **최단 경로의 길이**를 구하라.

**교양 지식:** Mau·so·leum; (중요 인물·가문의) 묘.

- 풀이:**
- $T$ 와  $S$ 에서 각 꼭짓점에 도달하는 최단 경로의 길이를 각각  $\text{dist}(T, P_i)$ ,  $\text{dist}(S, P_i)$ 라고 하자.
  - 정답은  $\min_i \{ \text{dist}(T, P_i) + \text{dist}(S, P_i) \}$

# E: Mausoleum

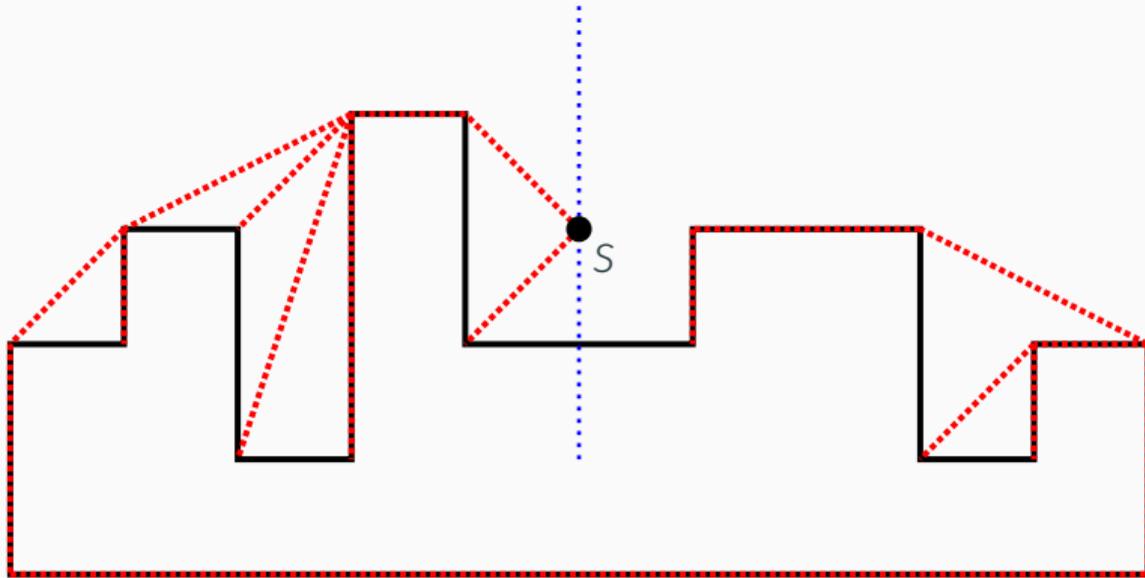
Proposer: 김수환, Setter: 김수환





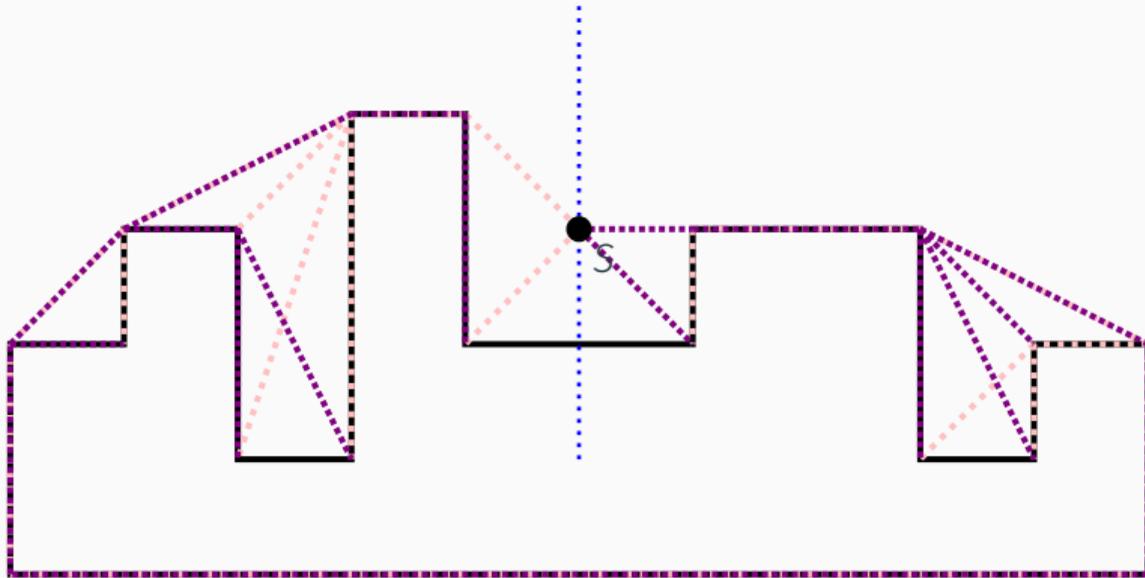
# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



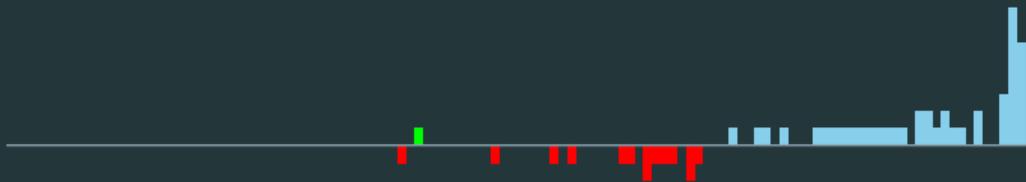
# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



# E: Mausoleum

Proposer: 김수환, Setter: 김수환



**복잡도:**  $\mathcal{O}(n)$ .

**유의:** 점  $S$ 가 히스토그램의 왼쪽, 오른쪽, 아래에 놓인 경우에 유의해야 합니다.

**통계량:** 총 제출 58개, 정답 1개, 미공개 43개.

# F: Pair Sorting

Proposer: 김재훈, Setter: 김재훈



**문제:**  $n$  개의 바구니 각각에 두 개의 공이 들어있을 때, 인접한 바구니에 놓인 두 공을 바꾸는 작업을  $0.7n^2$  번 이하로 수행하여 모든 공의 순서를 뒤집어라.

# F: Pair Sorting

Proposer: 김재훈, Setter: 김재훈



**문제:**  $n$  개의 바구니 각각에 두 개의 공이 들어있을 때, 인접한 바구니에 놓인 두 공을 바꾸는 작업을  $0.7n^2$  번 이하로 수행하여 모든 공의 순서를 뒤집어라.

**관찰?:**

$$T(n) = 2 \left(\frac{n}{2}\right)^2 + T\left(\frac{n}{2}\right) \implies T(n) \leq \frac{2}{3}n^2$$

# F: Pair Sorting

Proposer: 김재훈, Setter: 김재훈



$n$	$n - 1$	$\dots$	$m + 2$	$m + 1$	$m$	$\dots$	3	2	1
$n$	$n - 1$	$\dots$	$m + 2$	$m + 1$	$m$	$\dots$	3	2	1

$n - 1$	$n - 2$	$\dots$	$m + 1$	$m$	$m - 1$	$\dots$	2	1	$n$
$n$	$n - 1$	$\dots$	$m + 2$	$m + 1$	$m$	$\dots$	3	2	1

$n - 1$	$n - 3$	$\dots$	$m$	$m - 1$	$m - 2$	$\dots$	1	$n - 1$	$n$
$n$	$n - 2$	$\dots$	$m + 2$	$m + 1$	$m$	$\dots$	3	2	1

$\vdots$

$n - 1$	$n - 3$	$\dots$	3	1	$m + 1$	$\dots$	$n - 2$	$n - 1$	$n$
$n$	$n - 2$	$\dots$	4	2	$m$	$\dots$	3	2	1

# F: Pair Sorting

Proposer: 김재훈, Setter: 김재훈



$n - 1$	$n - 3$	...	<b>3</b>	<b>1</b>	$m + 1$	...	$n - 2$	$n - 1$	$n$
$n$	$n - 2$	...	<b>4</b>	<b>2</b>	$m$	...	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

1	3	...	$n - 3$	$n - 1$	$m + 1$	...	$n - 2$	$n - 1$	$n$
2	4	...	$n - 2$	<b><math>n</math></b>	<b><math>m</math></b>	...	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>

1	3	...	$n - 3$	<b><math>n - 1</math></b>	$m + 1$	...	$n - 2$	$n - 1$	$n$
2	4	...	$n - 2$	<b><math>m</math></b>	<b><math>m - 1</math></b>	...	<b>2</b>	<b>1</b>	<b><math>n</math></b>

⋮

1	2	...	$m - 1$	$m$	$m + 1$	...	$n - 2$	$n - 1$	$n$
1	2	...	$m - 1$	$m$	$m + 1$	...	$n - 2$	$n - 1$	$n$

# F: Pair Sorting

Proposer: 김재훈, Setter: 김재훈

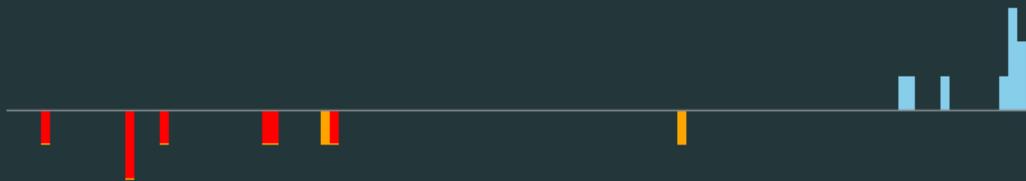


**풀이:**  $n$ 이 홀수일 때에도 유사한 전략을 사용할 수 있습니다.

통계량: 총 제출 116개, 정답 39개, 미공개 51개.

# I: Square Stamping

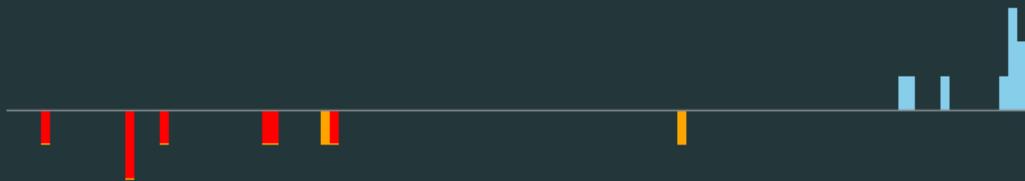
Proposer: 배상원, Setter: 배상원



문제: 세 가로줄 위에 놓인  $n$  개의 점을 모두 덮기 위해 필요한 길이 10 000의 정사각형의 수의 최솟값을 구하라.

# I: Square Stamping

Proposer: 배상원, Setter: 배상원

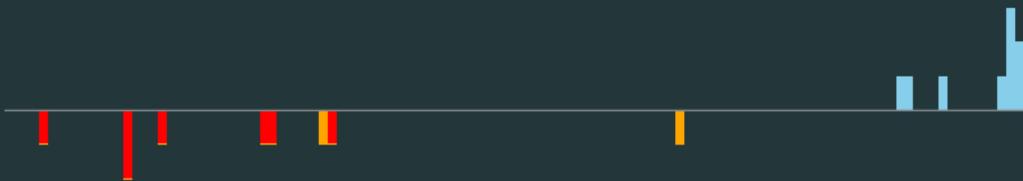


**문제:** 세 가로줄 위에 놓인  $n$  개의 점을 모두 덮기 위해 필요한 길이 10 000의 정사각형의 수의 최솟값을 구하라.

**풀이:** · 위, 중간, 아래에서 왼쪽  $i, j, k$  개의 점을 덮기 위해 필요한 정사각형의 수  $=: D_{i,j,k}$ .

# I: Square Stamping

Proposer: 배상원, Setter: 배상원



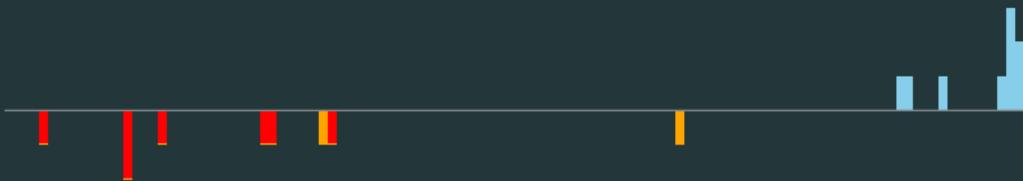
**문제:** 세 가로줄 위에 놓인  $n$  개의 점을 모두 덮기 위해 필요한 길이 10 000의 정사각형의 수의 최솟값을 구하라.

**풀이:**

- 위, 중간, 아래에서 왼쪽  $i, j, k$  개의 점을 덮기 위해 필요한 정사각형의 수  $=: D_{i,j,k}$ .
- 왼쪽에서  $i, j, k$  번째 점 중 가장 오른쪽에 위치한 점이 위 혹은 아래에 놓여있다면, 그 점을 포함하는 정사각형을 덮는 Greedy 전략이 성립.

# I: Square Stamping

Proposer: 배상원, Setter: 배상원



**문제:** 세 가로줄 위에 놓인  $n$  개의 점을 모두 덮기 위해 필요한 길이 10 000의 정사각형의 수의 최솟값을 구하라.

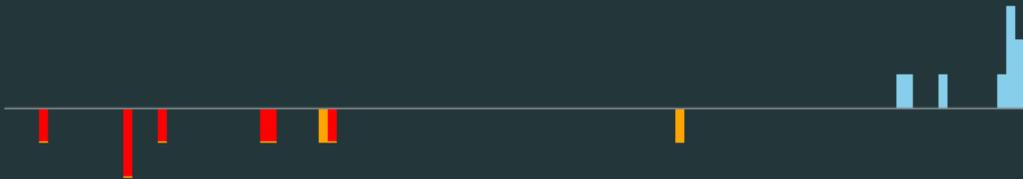
**풀이:**

- 위, 중간, 아래에서 왼쪽  $i, j, k$  개의 점을 덮기 위해 필요한 정사각형의 수  $=: D_{i,j,k}$ .
- 왼쪽에서  $i, j, k$  번째 점 중 가장 오른쪽에 위치한 점이 위 혹은 아래에 놓여있다면, 그 점을 포함하는 정사각형을 덮는 Greedy 전략이 성립.
- 그러한 점이 중간에 놓여있다면, 위나 아래 중 어느 방향으로 덮을 것인지 탐색해야함.



# I: Square Stamping

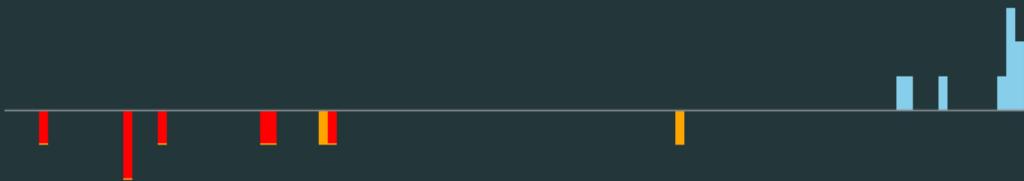
Proposer: 배상원, Setter: 배상원



- 관찰:**
- 문제의 정답은  $D_{n_u, n_m, n_d}$ .
  - 앞의 Greedy 전략대로 탐색할 때, 방문하게 되는 상태의 수는  $\mathcal{O}(n)$ .
  - The proof is omitted.

# I: Square Stamping

Proposer: 배상원, Setter: 배상원



- 관찰:**
- 문제의 정답은  $D_{n_u, n_m, n_d}$ .
  - 앞의 Greedy 전략대로 탐색할 때, 방문하게 되는 상태의 수는  $\mathcal{O}(n)$ .
  - The proof is omitted.

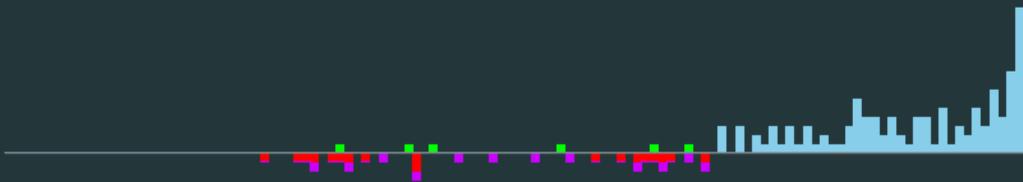
**번외:**  $n$  개의 점을  $x$  좌표로 정렬한 후, (정사각형 최소 개수, 덮은 가장 오른쪽 점) 을 관리하는 선형 DP 풀이도 존재.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(n \lg n)$ .

통계량: 총 제출 18개, 정답 0개, 미공개 9개.

# H: Protecting Kingdom

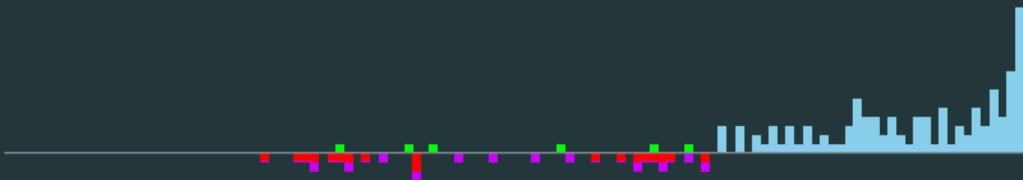
Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$ 의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

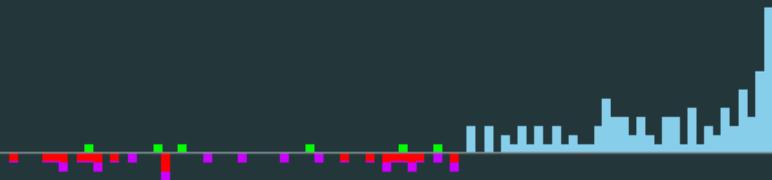


**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$ 의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

**풀이:**   · 정점 1을 루트로 설정.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

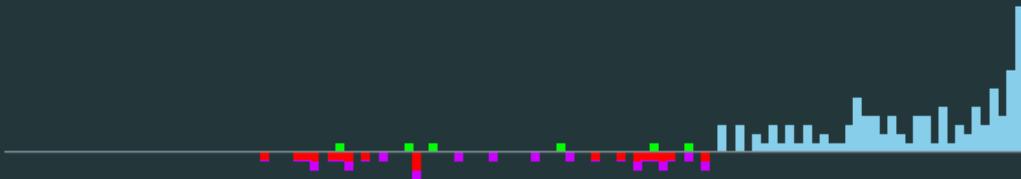


**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$  의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

- 풀이:**
- 정점 1을 루트로 설정.
  - 정점  $v$ 에서 시작해서 자식 방향으로 나아갈 때,  $c$  개의 위험한 점을 덮는 경로의 최소 길이  $=: D_v(c)$ .

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

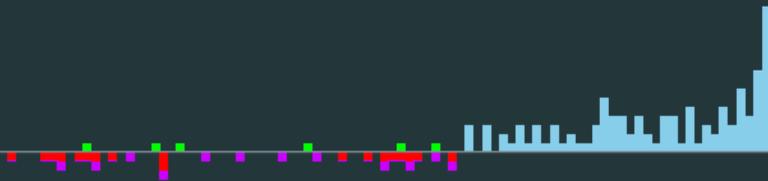


**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$ 의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

- 풀이:**
- 정점 1을 루트로 설정.
  - 정점  $v$ 에서 시작해서 자식 방향으로 나아갈 때,  $c$  개의 위험한 점을 덮는 경로의 최소 길이  $=: D_v(c)$ .
  - $D_{p \rightarrow v}(*)$ 는  $D_v(*)$ 에서 쉽게 계산 가능.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

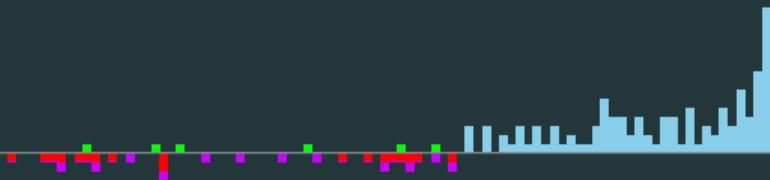


**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$ 의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

- 풀이:**
- 정점 1을 루트로 설정.
  - 정점  $v$ 에서 시작해서 자식 방향으로 나아갈 때,  $c$  개의 위험한 점을 덮는 경로의 최소 길이  $=: D_v(c)$ .
  - $D_{p \rightarrow v}(*)$ 는  $D_v(*)$ 에서 쉽게 계산 가능.
  - $D_{p \rightarrow v_1}(*), \dots, D_{p \rightarrow v_g}(*)$ 로부터  $D_p(*)$ 도 쉽게 계산 가능.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



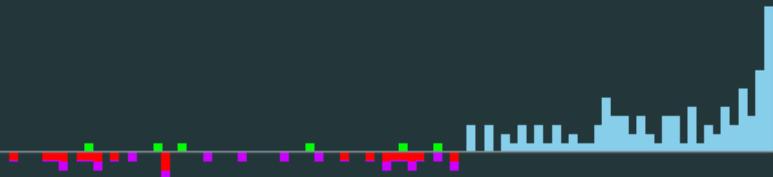
**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$ 의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

- 풀이:**
- 정점 1을 루트로 설정.
  - 정점  $v$ 에서 시작해서 자식 방향으로 나아갈 때,  $c$  개의 위험한 점을 덮는 경로의 최소 길이  $=: D_v(c)$ .
  - $D_{p \rightarrow v}(*)$ 는  $D_v(*)$ 에서 쉽게 계산 가능.
  - $D_{p \rightarrow v_1}(*), \dots, D_{p \rightarrow v_g}(*)$ 로부터  $D_p(*)$ 도 쉽게 계산 가능.

**관찰:** • 총 연산 횟수의 총합은  $\mathcal{O}(n + k)$ .

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



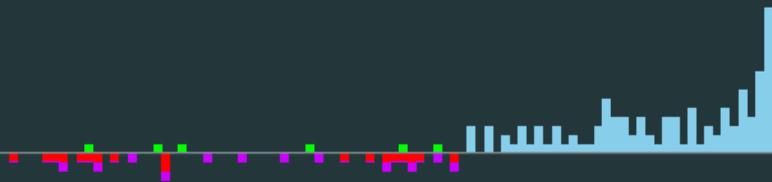
**문제:**  $n$  개의 정점으로 구성된 트리의 간선 위에  $k$  개의 위험한 점들이 주어진다.  
길이  $\leq w$  의 경로로 덮을 수 있는 위험한 점들의 최대 개수를 구하라.

- 풀이:**
- 정점 1을 루트로 설정.
  - 정점  $v$ 에서 시작해서 자식 방향으로 나아갈 때,  $c$  개의 위험한 점을 덮는 경로의 최소 길이  $=: D_v(c)$ .
  - $D_{p \rightarrow v}(*)$ 는  $D_v(*)$ 에서 쉽게 계산 가능.
  - $D_{p \rightarrow v_1}(*), \dots, D_{p \rightarrow v_g}(*)$ 로부터  $D_p(*)$ 도 쉽게 계산 가능.

- 관찰:**
- 총 연산 횟수의 총합은  $\mathcal{O}(n + k)$ .
    - 각 부분트리에서 두 번째로 큰 깊이를 모두 더한 값은  $(n - 1) - (\text{트리의 깊이})$ .

# H: Protecting Kingdom

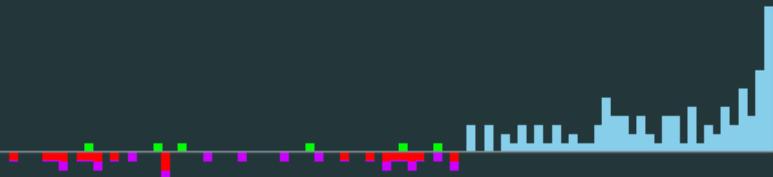
Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

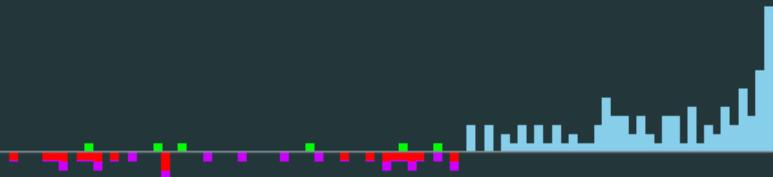


**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

**관찰:** · 지금까지 구한 “덮을 수 있는 위험한 점의 수”의 최댓값을  $\lambda$ 라고 하자.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



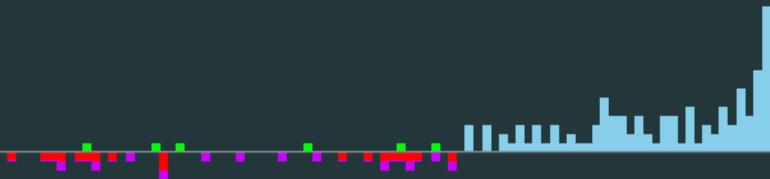
**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

**관찰:**

- 지금까지 구한 “덮을 수 있는 위험한 점의 수”의 최댓값을  $\lambda$ 라고 하자.
- $i = 1, j = \lambda$ 로 두고,  $D_{v \rightarrow a}(i) + D_{v \rightarrow b}(j) \leq w$  여부를 관찰하면서 두 포인터 기법.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

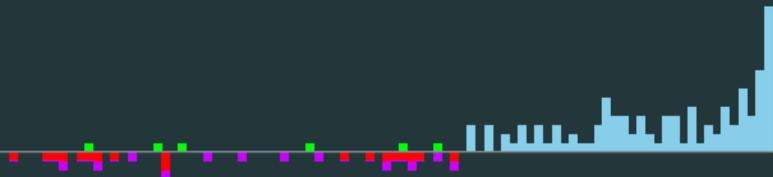


**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

- 관찰:**
- 지금까지 구한 “덮을 수 있는 위험한 점의 수”의 최댓값을  $\lambda$ 라고 하자.
  - $i = 1, j = \lambda$ 로 두고,  $D_{v \rightarrow a}(i) + D_{v \rightarrow b}(j) \leq w$  여부를 관찰하면서 두 포인터 기법.
  - 매 연산마다  $i, j, \lambda$  중 하나는 값이 진행됨.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준

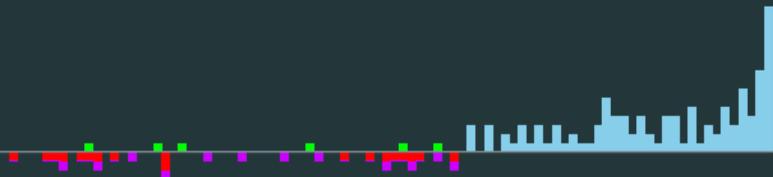


**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

- 관찰:**
- 지금까지 구한 “덮을 수 있는 위험한 점의 수”의 최댓값을  $\lambda$ 라고 하자.
  - $i = 1, j = \lambda$ 로 두고,  $D_{v \rightarrow a}(i) + D_{v \rightarrow b}(j) \leq w$  여부를 관찰하면서 두 포인터 기법.
  - 매 연산마다  $i, j, \lambda$  중 하나는 값이 진행됨. 고로,  $\mathcal{O}(1 + \Delta\lambda + \min\{|D_{v \rightarrow a}|, |D_{v \rightarrow b}|\})$ 만에 계산 가능.

# H: Protecting Kingdom

Proposer: 김재훈, Setter: 윤교준



**풀이:** 이제,  $D_{v \rightarrow a}(*), D_{v \rightarrow b}(*)$ 가 주어질 때, 경로  $a \rightarrow v \rightarrow b$  위에서 정점  $v$ 를 지나는 경로를 고려해야함.

- 관찰:**
- 지금까지 구한 “덮을 수 있는 위험한 점의 수”의 최댓값을  $\lambda$ 라고 하자.
  - $i = 1, j = \lambda$ 로 두고,  $D_{v \rightarrow a}(i) + D_{v \rightarrow b}(j) \leq w$  여부를 관찰하면서 두 포인터 기법.
  - 매 연산마다  $i, j, \lambda$  중 하나는 값이 진행됨. 고로,  $\mathcal{O}(1 + \Delta\lambda + \min\{|D_{v \rightarrow a}|, |D_{v \rightarrow b}|\})$ 만에 계산 가능.

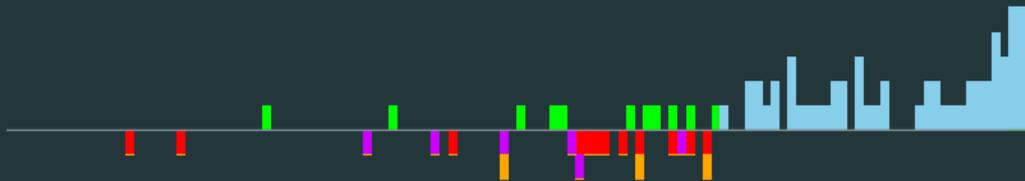
**복잡도:**  $\mathcal{O}(n + k)$ .

**번외:** Centroid decomposition으로 해결하기 위해서는 상당한 최적화가 요구됨.

통계량: 총 제출 151개, 정답 6개, 미공개 115개.

# K: String Rank

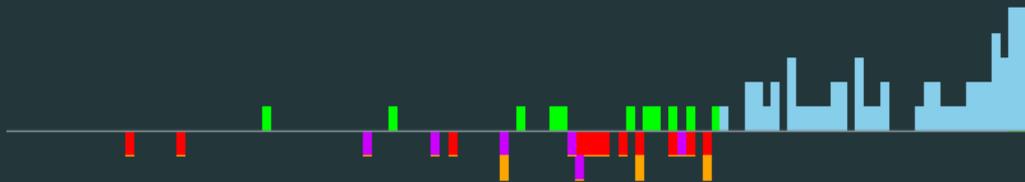
Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때,  
문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

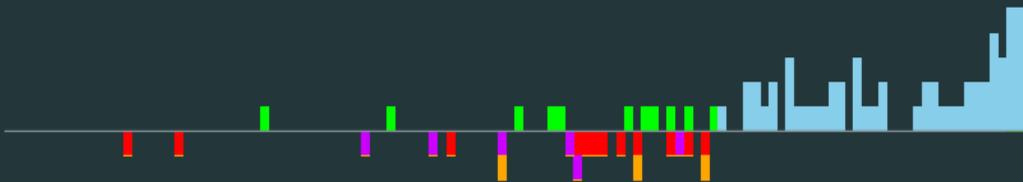


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때,  
문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

**관찰:**  $\cdot Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  
 $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

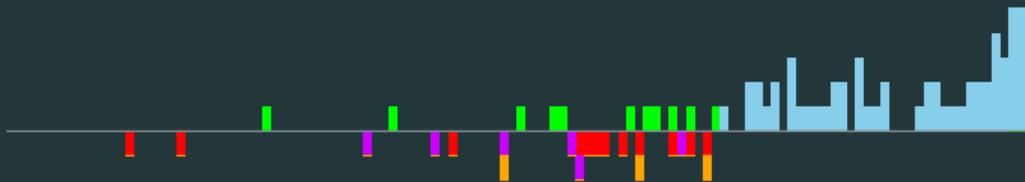


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때, 문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

- 관찰:**
- $Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.
  - 다음과 같은 경로  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_l$ 를 생각하자.

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

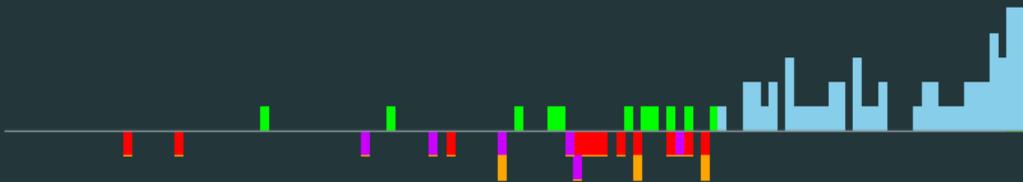


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때, 문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

- 관찰:**
- $Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.
  - 다음과 같은 경로  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_l$ 를 생각하자.
    - $n \geq v_1 > v_2 > \dots > v_l$ .

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

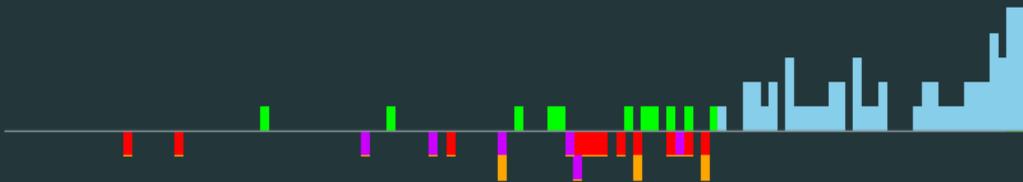


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때, 문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

- 관찰:**
- $Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.
  - 다음과 같은 경로  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_l$ 를 생각하자.
    - $n \geq v_1 > v_2 > \dots > v_l$ .
    - 문자열  $S$ 에서 문자  $S_{v_1}$ 가 등장하는 가장 오른쪽 위치는  $v_1$ .

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

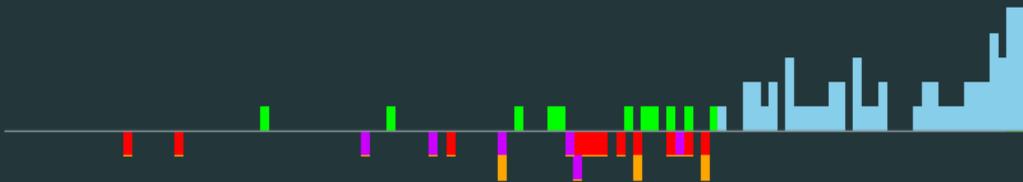


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때, 문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

- 관찰:**
- $Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.
  - 다음과 같은 경로  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_l$ 를 생각하자.
    - $n \geq v_1 > v_2 > \dots > v_l$ .
    - 문자열  $S$ 에서 문자  $S_{v_1}$ 가 등장하는 가장 오른쪽 위치는  $v_1$ .
    - 문자열  $S$ 에서 문자  $S_{v_2}$ 가 등장하는,  $S_{v_1}$ 의 왼쪽에 놓이면서 가장 오른쪽인 위치는  $v_2$ .
    - $\vdots$

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭

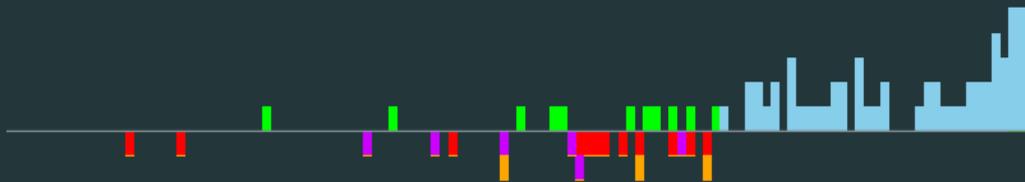


**문제:** 문자열의 길이  $k$ 의 부분수열을 모두 모아놓은 집합을  $Q_k(\cdot)$ 라고 할 때, 문자열  $S$ 의 모든 접미사의  $Q_k(\cdot)$ 가 서로 모두 다른  $k$ 의 최솟값을 구하라.

- 관찰:**
- $Q_k(S[n:]) \subseteq Q_k(S[n-1:]) \subseteq \dots \subseteq Q_k(S[2:]) \subseteq Q_k(S)$  이므로,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:]) \neq \emptyset$  여부만 판정해도 충분.
  - 다음과 같은 경로  $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_l$ 를 생각하자.
    - $n \geq v_1 > v_2 > \dots > v_l$ .
    - 문자열  $S$ 에서 문자  $S_{v_1}$ 가 등장하는 가장 오른쪽 위치는  $v_1$ .
    - 문자열  $S$ 에서 문자  $S_{v_2}$ 가 등장하는,  $S_{v_1}$ 의 왼쪽에 놓이면서 가장 오른쪽인 위치는  $v_2$ .
    - $\vdots$
  - $1 \leq k \leq |S[i:]|$ 일 때,  $Q_k(S[i:]) - Q_k(S[i+1:])$ 의 원소는  $v_k = i$ 인 경로와 대응됨.

# K: String Rank

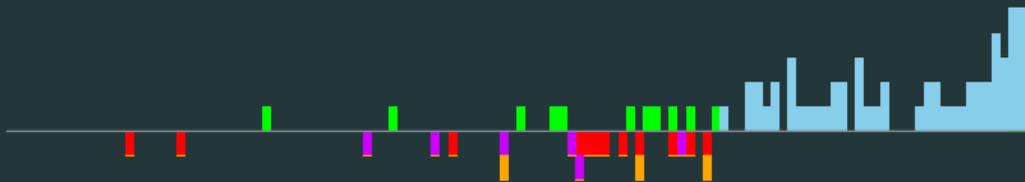
Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



- 관찰:**
- $v_k = i$ 인 경로가 존재한다면,  $k$  이상  $|S[i:]|$  이하의 길이를 갖는, 끝점이  $i$ 인 경로 또한 존재.

# K: String Rank

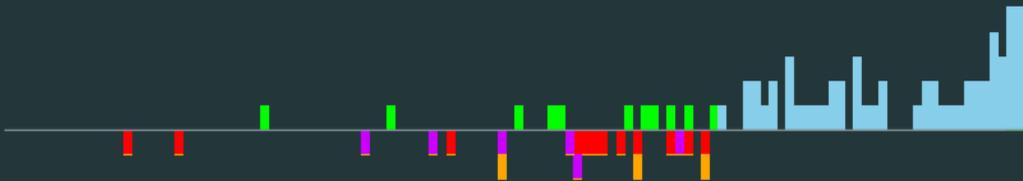
Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



- 관찰:**
- $v_k = i$ 인 경로가 존재한다면,  $k$  이상  $|S[i:]|$  이하의 길이를 갖는, 끝점이  $i$ 인 경로 또한 존재.
  - 따라서, 각  $i$ 에 대해 끝점이  $i$ 인 최단 경로만 구하면 충분.

# K: String Rank

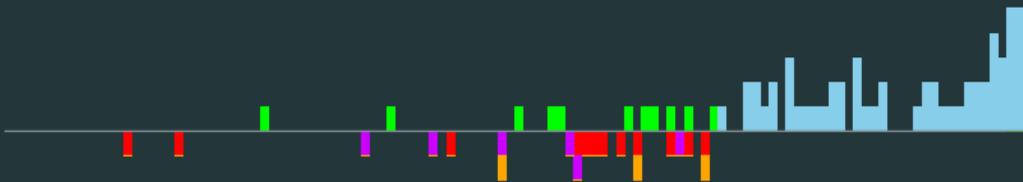
Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



- 관찰:**
- $v_k = i$ 인 경로가 존재한다면,  $k$  이상  $|S[i:]|$  이하의 길이를 갖는, 끝점이  $i$ 인 경로 또한 존재.
  - 따라서, 각  $i$ 에 대해 끝점이  $i$ 인 최단 경로만 구하면 충분.
- 풀이:**
- 매번 가장 왼쪽으로 이동하는 Greedy 전략으로 최단 경로를 계산할 수 있음.

# K: String Rank

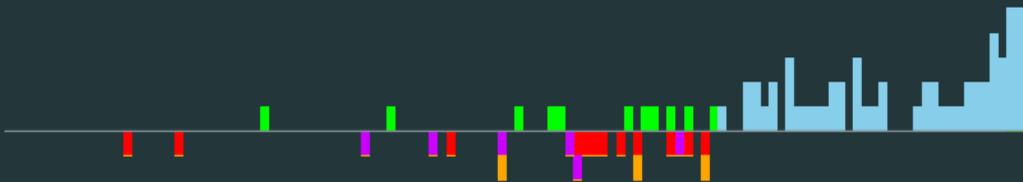
Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



- 관찰:**
- $v_k = i$ 인 경로가 존재한다면,  $k$  이상  $|S[i:]|$  이하의 길이를 갖는, 끝점이  $i$ 인 경로 또한 존재.
  - 따라서, 각  $i$ 에 대해 끝점이  $i$ 인 최단 경로만 구하면 충분.
- 풀이:**
- 매번 가장 왼쪽으로 이동하는 Greedy 전략으로 최단 경로를 계산할 수 있음.
  - 따라서, 끝점이  $i$ 인 최단 경로로부터, 끝점이  $i - 1$ 인 최단 경로를 구성할 수 있음.

# K: String Rank

Proposer: 한요섭, Setter: 한요섭



- 관찰:**
- $v_k = i$ 인 경로가 존재한다면,  $k$  이상  $|S[i:]|$  이하의 길이를 갖는, 끝점이  $i$ 인 경로 또한 존재.
  - 따라서, 각  $i$ 에 대해 끝점이  $i$ 인 최단 경로만 구하면 충분.
- 풀이:**
- 매번 가장 왼쪽으로 이동하는 Greedy 전략으로 최단 경로를 계산할 수 있음.
  - 따라서, 끝점이  $i$ 인 최단 경로로부터, 끝점이  $i - 1$ 인 최단 경로를 구성할 수 있음.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(n)$ .

통계량: 총 제출 89개, 정답 11개, 미공개 57개.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

**문제:** 사다리 타기에서 가로줄을 추가하거나 제거하는 질의가 주어진다. 각 질의에 대해, 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수를 구하라.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

**문제:** 사다리 타기에서 가로줄을 추가하거나 제거하는 질의가 주어진다. 각 질의에 대해, 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수를 구하라.

**관찰:** · 사다리 타기는 순열  $\text{id}_n$  를  $\sigma \in \Sigma_n$  으로 보내는 함수.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

**문제:** 사다리 타기에서 가로줄을 추가하거나 제거하는 질의가 주어진다. 각 질의에 대해, 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수를 구하라.

**관찰:**

- 사다리 타기는 순열  $\text{id}_n$  를  $\sigma \in \Sigma_n$  으로 보내는 함수.
- 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수는 반전의 개수  $\text{inv}(\sigma)$  와 같음.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

**문제:** 사다리 타기에서 가로줄을 추가하거나 제거하는 질의가 주어진다. 각 질의에 대해, 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수를 구하라.

**관찰:**

- 사다리 타기는 순열  $id_n$  를  $\sigma \in \Sigma_n$  으로 보내는 함수.
- 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수는 반전의 개수  $inv(\sigma)$  와 같음.
- 어떤 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 수가  $a, b$  였다면,  $\sigma$  에서도  $a$  와  $b$  의 위치가 서로 바뀜.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

**문제:** 사다리 타기에서 가로줄을 추가하거나 제거하는 질의가 주어진다. 각 질의에 대해, 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수를 구하라.

- 관찰:**
- 사다리 타기는 순열  $id_n$  를  $\sigma \in \Sigma_n$  으로 보내는 함수.
  - 동치인 사다리 타기를 만들기 위해 필요한 최소 가로줄의 수는 반전의 개수  $inv(\sigma)$  와 같음.
  - 어떤 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 수가  $a, b$  였다면,  $\sigma$  에서도  $a$  와  $b$  의 위치가 서로 바뀜.
  - $\sigma$  에서 두 수의 위치를 바꾸는 질의가 주어질 때,  $inv(\sigma)$  의 값을 구하는 작업은  $\mathcal{O}(q \lg^2 n + n \lg n)$  에 계산 가능.
    - 이차원 Segment Tree
    - Offline Queries + Fenwick Tree

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:**
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:**
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.
  - 사다리 타기에서 각 정수  $i \in [n]$ 가 이동하는 경로를 하나의 chain으로 생각.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.
  - 사다리 타기에서 각 정수  $i \in [n]$ 가 이동하는 경로를 하나의 chain으로 생각.
  - $n$  개의 chains은  $\mathcal{O}(n + m + q)$  개의 정점으로 구성됨.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:**
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.
  - 사다리 타기에서 각 정수  $i \in [n]$ 가 이동하는 경로를 하나의 chain으로 생각.
  - $n$  개의 chains은  $\mathcal{O}(n + m + q)$  개의 정점으로 구성됨.
  - 하나의 가로줄을 추가/제거하는 작업은, 두 chains의 중간을 끊고 서로 교차하여 잇는 것과 같음.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:**
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.
  - 사다리 타기에서 각 정수  $i \in [n]$ 가 이동하는 경로를 하나의 chain으로 생각.
  - $n$  개의 chains은  $\mathcal{O}(n + m + q)$  개의 정점으로 구성됨.
  - 하나의 가로줄을 추가/제거하는 작업은, 두 chains의 중간을 끊고 서로 교차하여 잇는 것과 같음.
- 풀이:**
- 각 chain을 Splay Tree로 관리.
  - Chains을 끊고 잇는 작업은 Splay Tree의 기본 연산으로 처리 가능.

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 관찰:**
- 따라서, 가로줄이 추가/제거될 때, 그 가로줄 양끝에 오는 두 수를 효율적으로 계산하면 충분.
  - 사다리 타기에서 각 정수  $i \in [n]$ 가 이동하는 경로를 하나의 chain으로 생각.
  - $n$  개의 chains은  $\mathcal{O}(n + m + q)$  개의 정점으로 구성됨.
  - 하나의 가로줄을 추가/제거하는 작업은, 두 chains의 중간을 끊고 서로 교차하여 잇는 것과 같음.

- 풀이:**
- 각 chain을 Splay Tree로 관리.
  - Chains을 끊고 잇는 작업은 Splay Tree의 기본 연산으로 처리 가능.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(q \lg^2 n + n \lg n + m)$ .

# D: Ladder Update

Proposer: 이승용, Setter: 이승용

- 번외:
- 가로줄을  $y$ 좌표 순으로 정렬 후, 연속한  $\mathcal{O}(\sqrt{m+q})$  개씩 나누어 하나의 무리로 구성.
  - 각 무리의 가로줄이 순열을 어떻게 바꾸는지 관리.
  - $\mathcal{O}(q\sqrt{m+q} + q\lg^2 n + n\lg n + m)$
  - 상당한 최적화가 요구됨.

통계량: 총 제출 13개, 정답 0개, 미공개 13개.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



문제: 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 최소 분할 크기  $PL(S)$ 을 구하라.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

**풀이:** · 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

- 풀이:**
- 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.
  - 문자열  $A$ 에서 회문인 접미사들의 길이가  $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_k = |A|$ 라면,  $v_2 - v_1 \leq v_3 - v_2 \leq \dots \leq v_k - v_{k-1}$ 는  $\mathcal{O}(\lg |A|)$  가지의 수로 구성된 수열.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

- 풀이:**
- 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.
  - 문자열  $A$ 에서 회문인 접미사들의 길이가  $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_k = |A|$ 라면,  $v_2 - v_1 \leq v_3 - v_2 \leq \dots \leq v_k - v_{k-1}$ 는  $\mathcal{O}(\lg |A|)$  가지의 수로 구성된 수열.
  - Palindrome Tree (EerTree)를 사용하면  $v_i - v_{i-1} < v_{i+1} - v_i$ 인  $i$ 를 효율적으로 찾을 수 있음.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

- 풀이:**
- 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.
  - 문자열  $A$ 에서 회문인 접미사들의 길이가  $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_k = |A|$ 라면,  $v_2 - v_1 \leq v_3 - v_2 \leq \dots \leq v_k - v_{k-1}$ 는  $\mathcal{O}(\lg |A|)$  가지의 수로 구성된 수열.
  - Palindrome Tree (EerTree)를 사용하면  $v_i - v_{i-1} < v_{i+1} - v_i$ 인  $i$ 를 효율적으로 찾을 수 있음.
  - $D_i := PL(S[1 \dots i])$ 라고 하면,  $D_i = 1 + \min_j D_{i-v_j}$ .

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

- 풀이:**
- 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.
  - 문자열  $A$ 에서 회문인 접미사들의 길이가  $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_k = |A|$ 라면,  $v_2 - v_1 \leq v_3 - v_2 \leq \dots \leq v_k - v_{k-1}$ 는  $\mathcal{O}(\lg |A|)$  가지의 수로 구성된 수열.
  - Palindrome Tree (EerTree)를 사용하면  $v_i - v_{i-1} < v_{i+1} - v_i$ 인  $i$ 를 효율적으로 찾을 수 있음.
  - $D_i := PL(S[1 \dots i])$ 라고 하면,  $D_i = 1 + \min_j D_{i-v_j}$ .
    - 등차수열  $v_j, v_{j+1}, \dots, v_k$ 에 대해  $\min$ 을 효율적으로 계산 가능.

# G: Palindromic Length

Proposer: 신찬수, Setter: 신찬수



**문제:** 문자열  $S$ 를 회문으로 분할하기 위해 필요한 **최소 분할 크기**  $PL(S)$ 을 구하라.

- 풀이:**
- 문자열  $A$ 가 문자열  $B$ 의 접두사이자 접미사이고  $|B| \leq 2|A|$ 라면,  $A$ 가 회문인 것은  $B$ 가 회문인 것과 동치.
  - 문자열  $A$ 에서 회문인 접미사들의 길이가  $1 = v_1 < v_2 < \dots < v_k = |A|$ 라면,  $v_2 - v_1 \leq v_3 - v_2 \leq \dots \leq v_k - v_{k-1}$ 는  $\mathcal{O}(\lg |A|)$  가지의 수로 구성된 수열.
  - Palindrome Tree (EerTree)를 사용하면  $v_i - v_{i-1} < v_{i+1} - v_i$ 인  $i$ 를 효율적으로 찾을 수 있음.
  - $D_i := PL(S[1 \dots i])$ 라고 하면,  $D_i = 1 + \min_j D_{i-v_j}$ .
    - 등차수열  $v_j, v_{j+1}, \dots, v_k$ 에 대해  $\min$ 을 효율적으로 계산 가능.

**복잡도:**  $\mathcal{O}(n \lg n)$ .